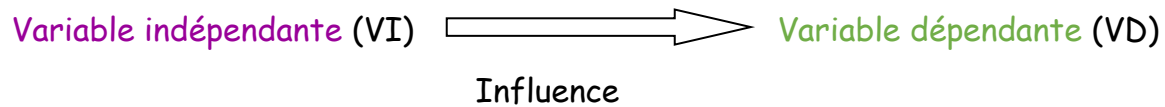


Section 2.1 : Les relations, les réciproques et les fonctions

Les variables indépendante et dépendante

Dans une relation entre deux variables, la variable dépendante est celle qui est déterminée à partir de la variable indépendante.

Ainsi :



Astuce pour trouver la **variable dépendante** et **variable indépendante** :

Reformulez votre phrase de façon à avoir les mots clés :

.....dépend de..... ou en fonction de

Exemple : Le salaire hebdomadaire de Jérôme dépend du nombre d'heure qu'il a travaillé.

On se pratique !!!

- 1) Romain enseigne le ski. Son tarif est de 20 \$ la leçon. D'une semaine à l'autre, ses revenus varient selon le nombre de leçons qu'il offre.

Reformulation : _____

Variable indépendante : _____

Variable dépendante : _____

- 2) Sarah lance un ballon de football à son amie. La distance entre le ballon et le sol est déterminée par le temps écoulé depuis le lancer.

Reformulation : _____

Variable indépendante : _____

Variable dépendante : _____

Les types de variables

Variable discrète :

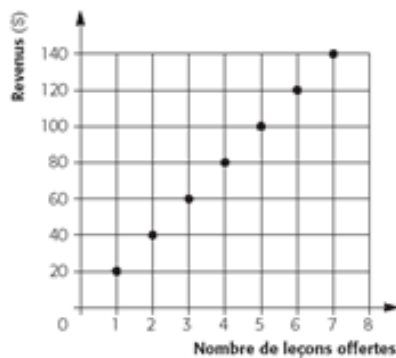
- une variable dont on pourrait énumérer toutes les valeurs;
- on utilise les **accolades** $\{ \}$ pour décrire l'ensemble **en extension**.

Variable continue :

- une variable qui peut prendre toutes les valeurs intermédiaires entre deux valeurs possibles ;
- on utilise les **crochets** $[]$ pour décrire l'ensemble **par intervalle**.

Exemple

Le nombre n de leçons de ski offertes par Romain est une variable discrète.

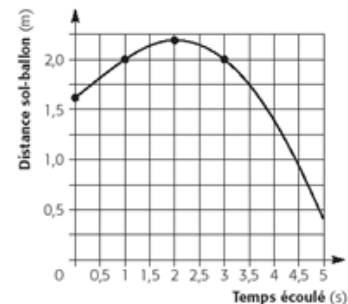


L'ensemble de référence est l'ensemble des nombres naturels ($n \in \mathbb{N}$).

$$n \in \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Exemple

Le temps t écoulé depuis le lancer du ballon par Sarah est une variable continue.



L'ensemble de référence est l'ensemble des nombres réels ($t \in \mathbb{R}_+$).

$$t \in [0, 7] \text{ secondes.}$$

On se pratique !!!

De quel type sont les variables suivantes?

- a) Le nombre de téléviseurs dans un foyer. _____
- b) La température extérieure. _____
- c) Le temps d'un appel téléphonique. _____
- d) Les revenus d'une entreprise. _____

Les fonctions

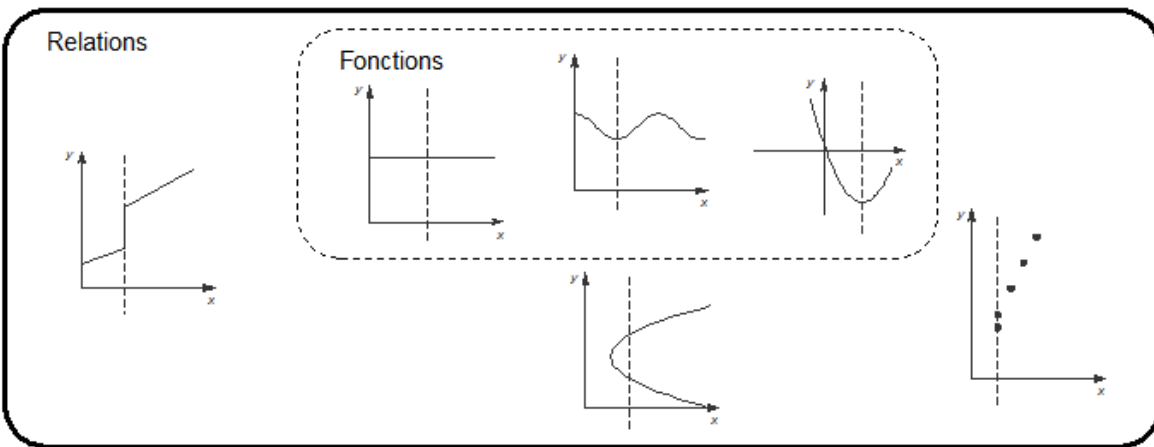
Relation : Une relation correspond à une transformation d'un élément de l'ensemble de départ (valeur x) associé à un ou plusieurs éléments à l'ensemble d'arrivée (valeur y).

Fonction : est une relation qui fait correspondre à toute valeur que prend la variable indépendante **au plus une valeur de la variable dépendante**.

Description en mots :

Exemple : la relation entre la taille d'un enfant et son âge est une fonction, car pour tout âge, on peut associer *une seule* taille.

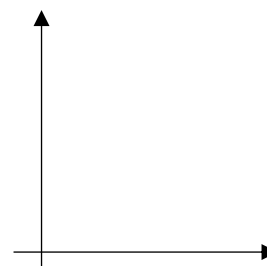
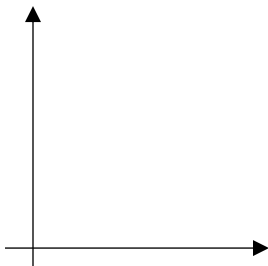
Graphique :



Tables de valeurs :

x	0	1	2	3
y	4	4	4	4

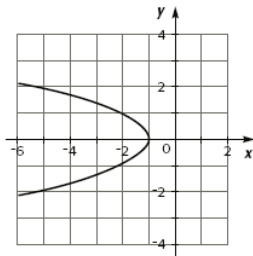
x	0	1	1	2
y	1	3	5	7



On se pratique !

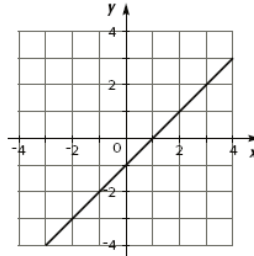
1. Indique si les graphiques suivants correspondent à des fonctions.

a)



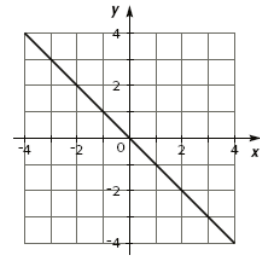
Réponse : _____

b)



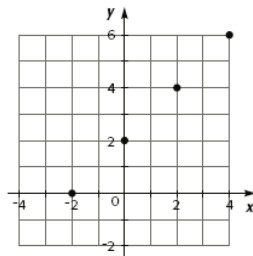
Réponse : _____

c)



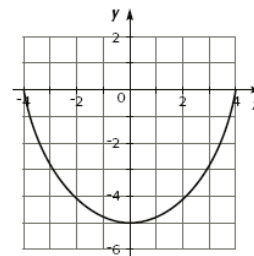
Réponse : _____

d)



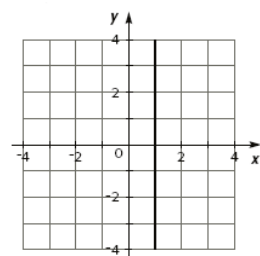
Réponse : _____

e)



Réponse : _____

f)



Réponse : _____

La notation fonctionnelle

On utilise parfois la notation fonctionnelle $f(x)$ pour désigner la valeur de la variable dépendante lorsque la variable indépendante vaut x .

- $f(x)$ se lit « f de x ».
- f est le nom de la fonction, x est la variable indépendante et $f(x)$ est la variable dépendante.

Donc $(x, y) \leftrightarrow (x, f(x))$ et $y = ax + b \leftrightarrow f(x) = ax + b$

1. Transforme les équations suivantes en notation fonctionnelle.

a) $y = 2x + 8$ _____ b) $y = -3x + 5$ _____

2. À quel couple correspond :

a) $f(5) = 28$ _____ b) $f(-2) = 13$ _____

3. Soit la fonction suivante : $f(x) = 5x + 20$

a) Calcule $f(10)$

b) Calcule x si $f(x) = 30$

4. Soit la fonction suivante : $g(x) = -2x + 12$

a) Calcule $g(10)$

b) Calcule x si $g(x) = -4$

5. Riko a estimé que le transport en commun lui coûte 720 \$ par année et que le transport en taxi lui coûte en moyenne 20\$ pour chacun de ses déplacements.

a) Quel est le coût total annuel approximatif de ses déplacements s'il utilise le taxi :

1) 12 fois ?

2) 25 fois ?

3) 36 fois ?

b) Quelle est la règle qui représente la relation entre $f(x)$, le coût annuel total des déplacements, et x , le nombre total de déplacements en taxi ?

c) Calcule les fonctions suivantes d'après la règle trouvée en b.

1) $f(15) =$

2) $f(50) =$

3) x si $f(x) = 760$

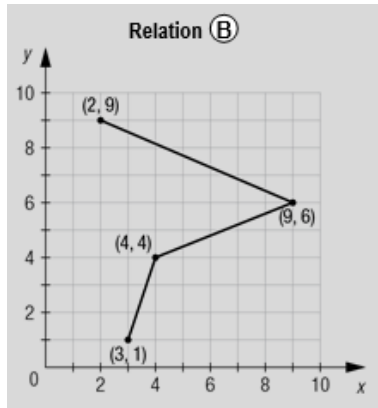
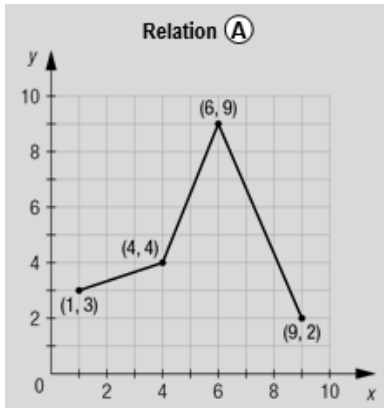
3) x si $f(x) = 1320$

La relation réciproque

- Une relation **réciproque** s'obtient en intervertissant les valeurs de chacun des couples d'une relation entre deux variables.
- La relation réciproque fait donc l'inverse de la relation à laquelle elle est associée.

Exemple :

La relation **Ⓑ** est la réciproque de la relation **Ⓐ** et vice versa.



- Le point de coordonnées (1 , 3) est devenu _____.
- Le point de coordonnées (6 , 9) est devenu _____.
- Le point de coordonnées (9 , 2) est devenu _____.

La relation **Ⓐ** est une **fonction**. La relation **Ⓑ** n'est pas une **fonction**.

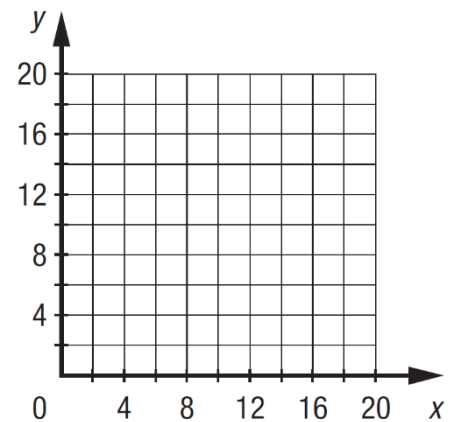
On se pratique !!!

Relation 1

x	1	3	5	7
y	2	6	10	14

Réciproque 1

Relation 1 vs Réciproque 1



Section 2.2 Propriétés des fonctions



Décrire les propriétés d'une fonction, c'est en faire l'**ANALYSE**.

Analyse d'une fonction

Domaine : Ensemble des valeurs que prend la variable INDÉPENDANTE.
Le domaine se lit en suivant l'axe des « x » et de gauche à droite.

Image : Ensemble des valeurs que prend la variable DÉPENDANTE (y).
L'image se lit en suivant l'axe des « y » et de bas en haut.

Les coordonnées à l'origine :

- **Abscisse à l'origine** (ou valeur initiale) : valeur de x quand y vaut 0. Les zéros s'observent là où la fonction croise l'axe des « x ».
- **Ordonnée à l'origine** : valeur de y quand x vaut 0. La valeur initiale s'observe là où la fonction croise l'axe des « y ».

Les extremums :

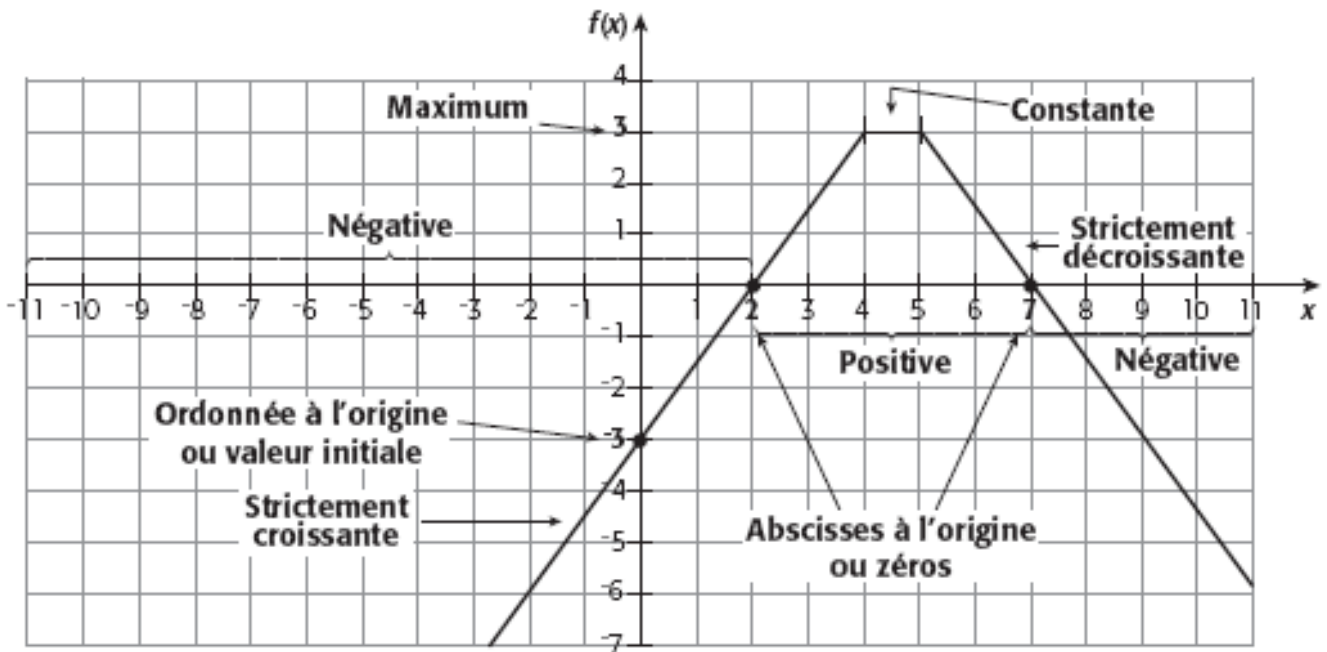
- **Minimum** : Valeur la moins élevée de la fonction.
- **Maximum** : Valeur la plus élevée de la fonction.

Le signe

- **Positif** : Sous-ensemble(s) du DOMAINE pour lequel (lesquels) les valeurs de la variable dépendante sont positives.
- **Négatif** : Sous-ensemble(s) du DOMAINE pour lequel (lesquels) les valeurs de la variable dépendante sont négatives

La variation

- **Croissance** : Intervalle(s) du domaine sur lequel (lesquels) la fonction AUGMENTE.
- **Décroissance** : Intervalle(s) du domaine sur lequel (lesquels) la fonction DIMINUE.
- **Constance** : Intervalle(s) du domaine sur lequel (lesquels) la fonction ne subit AUCUNE variation (variation nulle).



Domaine : _____

Image : _____

Zéros : _____

Valeur initiale : _____

Positive : _____

Négative : _____

Maximum : _____

Minimum : _____

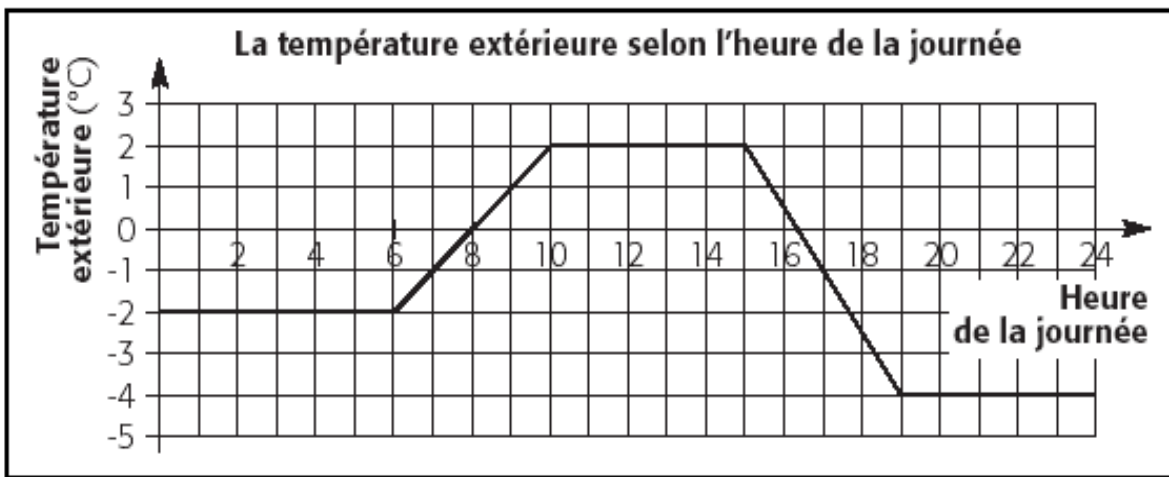
Croissance : _____

Décroissance : _____

Constance : _____

En résumé

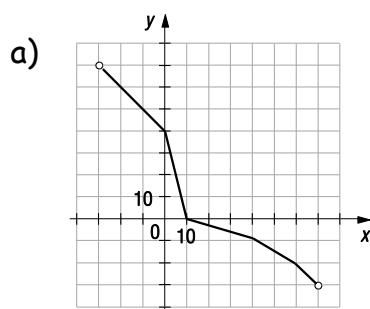
On lit sur l'axe des « y »	On lit sur l'axe des « x »
<ul style="list-style-type: none"> - Image (codomaine) - Ordonnée à l'origine (valeur initiale) - Maximum et minimum 	<ul style="list-style-type: none"> - Domaine - Abscisses à l'origine (zéros) - Signe de la fonction (positif et négatif) - Variation de la fonction (croissance, décroissance et constance)



Domaine : _____	Image : _____
Zéros : _____	Valeur initiale : _____
Positive : _____	Négative : _____
Maximum : _____	Minimum : _____
Croissance : _____	Décroissance : _____
Constance : _____	

On se pratique !!!

1. Pour chacune des fonctions ci-dessous, détermine le domaine, l'image, les coordonnées à l'origine et les extremums.



Domaine : _____

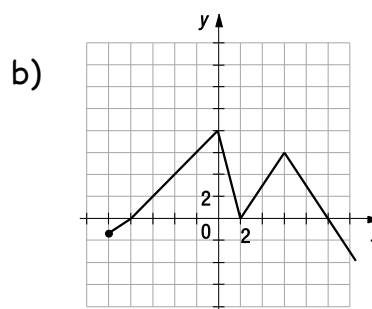
Image : _____

Zéros : _____

Valeur initiale : _____

Maximum : _____

Minimum : _____



Domaine : _____

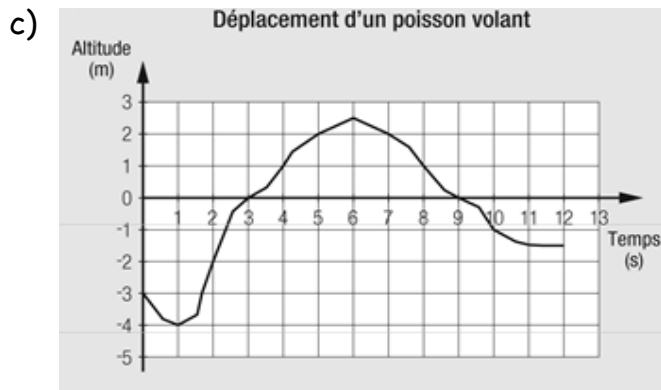
Image : _____

Zéros : _____

Valeur initiale : _____

Maximum : _____

Minimum : _____



Domaine : _____

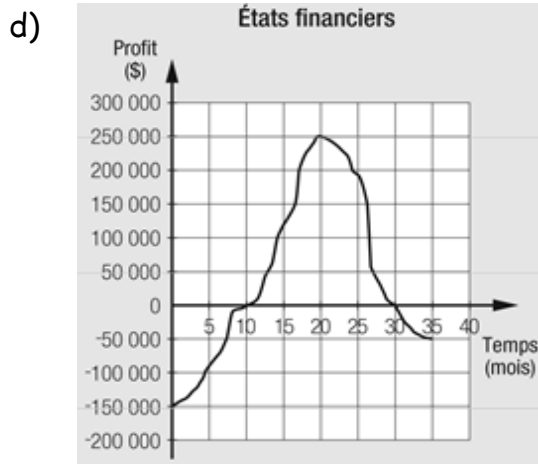
Image : _____

Zéros : _____

Valeur initiale : _____

Minimum : _____

Maximum : _____



Domaine : _____

Image : _____

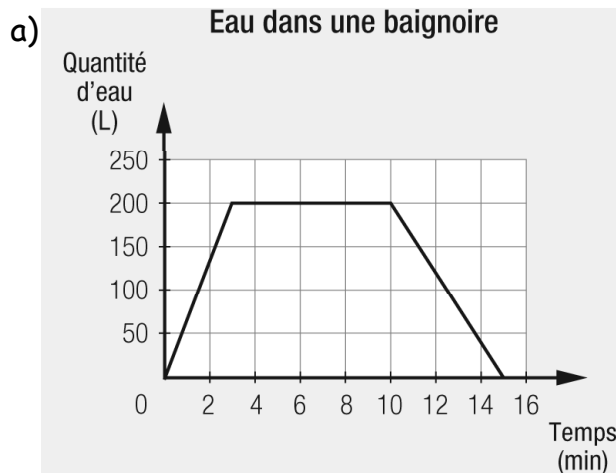
Zéros : _____

Valeur initiale : _____

Minimum : _____

Maximum : _____

2. Fais l'analyse des fonctions suivantes.



Domaine : _____

Image : _____

Zéros : _____

Valeur initiale : _____

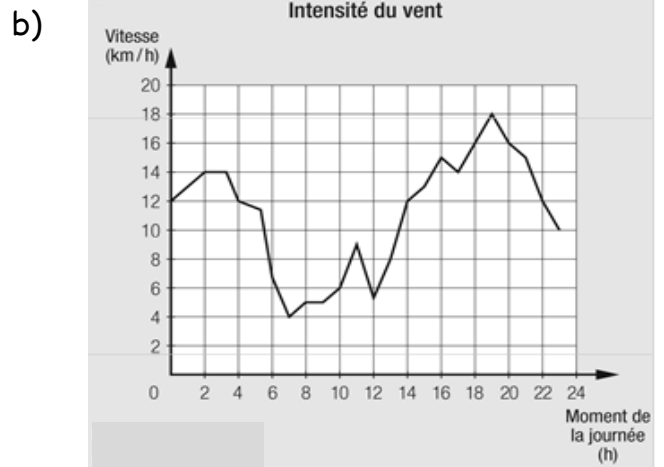
Positive : _____

Négative : _____

Croissance : _____

Décroissance : _____

Constance : _____



Domaine : _____

Image : _____

Zéros : _____

Valeur initiale : _____

Positive : _____

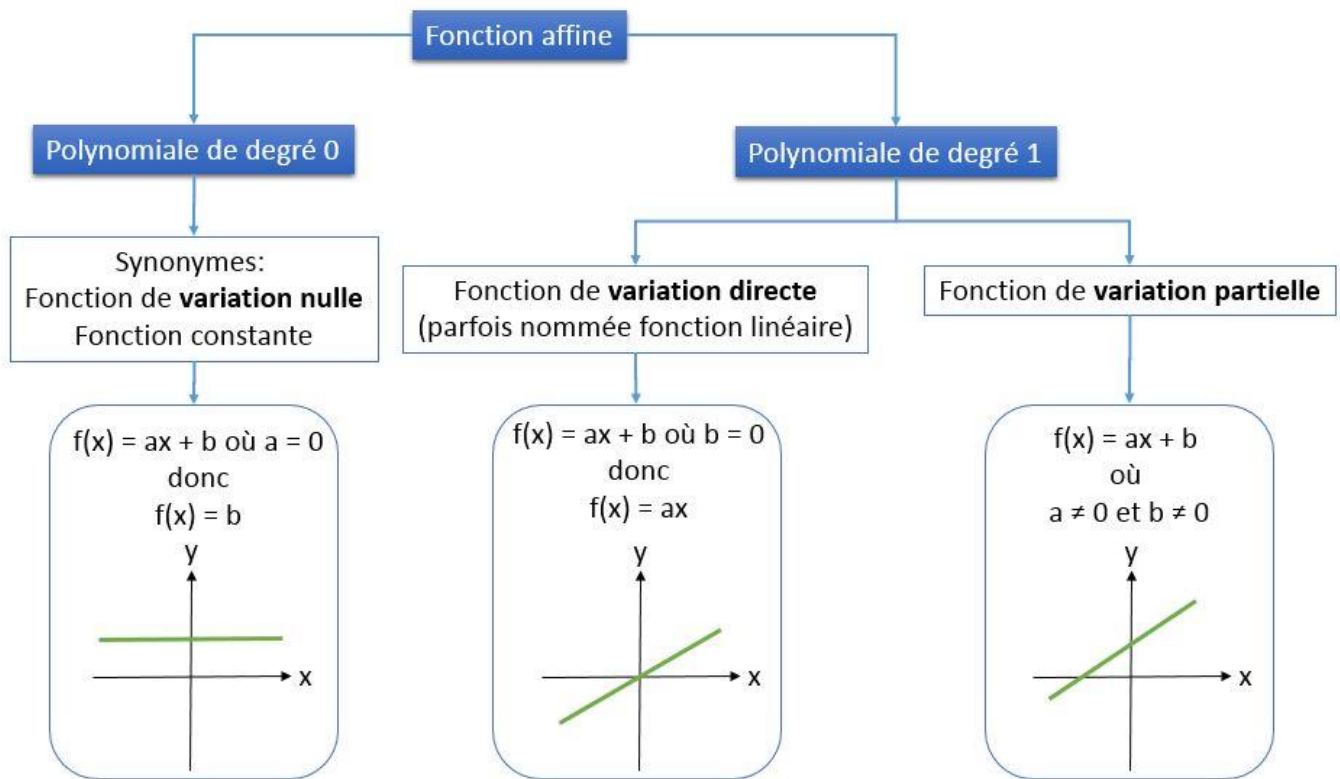
Négative : _____

Croissance : _____

Décroissance : _____

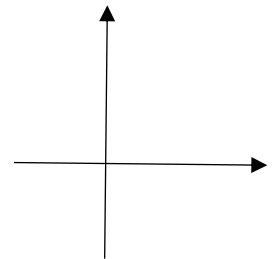
Constance : _____

Section 2.3 : Les fonctions affines (polynomiales de degré 0 et 1)



La règle (équation) d'une droite

$$y = ax + b \quad \text{ou} \quad f(x) = ax + b$$



Dans l'équation d'une droite sous la forme fonctionnelle :

- le paramètre ___ représente le _____ de la droite ;
- le paramètre ___ représente son _____ ou sa _____.

On se pratique !!!

Détermine si les règles qui représentent des fonctions affines, indique ensuite le degré de chacune des fonctions affines identifiées.

- | | | | |
|--|---|--|---|
| a) $y = 3x + 4$
Affine oui <input type="checkbox"/> non <input type="checkbox"/>
Degré _____ | b) $y = 8 + x$
Affine oui <input type="checkbox"/> non <input type="checkbox"/>
Degré _____ | c) $y = \frac{-2}{x} - 1$
Affine oui <input type="checkbox"/> non <input type="checkbox"/>
Degré _____ | d) $y = 3x^2 + 1$
Affine oui <input type="checkbox"/> non <input type="checkbox"/>
Degré _____ |
| e) $y = -4x$
Affine oui <input type="checkbox"/> non <input type="checkbox"/>
Degré _____ | f) $y = 12$
Affine oui <input type="checkbox"/> non <input type="checkbox"/>
Degré _____ | g) $y = 7 - 3x$
Affine oui <input type="checkbox"/> non <input type="checkbox"/>
Degré _____ | h) $y = x(2x + 1)$
Affine oui <input type="checkbox"/> non <input type="checkbox"/>
Degré _____ |

Les types de variations

Variation nulle (Fonction constante)	Variation directe (Fonction linéaire)	Variation partielle
$f(x) = b$	$f(x) = ax$	$f(x) = ax + b$
<p>Exemple :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Lysanne décide d'adhérer au forfait « transactions illimitées » de son institution financière qui lui coûte 7,75\$ pour l'ensemble des transactions qu'elle effectuera dans le mois. 2) Amélie achète un billet pour le parc aquatique Bromont à 32\$. 3) Alex va à la Ronde et paie son billet 65\$ pour la journée. 	<p>Exemple :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Dans une épicerie, le poulet se vend au kilogramme. Ainsi, un paquet de 1,2 kg de poulet se vend 6,48\$ par exemple. 2) Une baignoire, vide au départ, se remplit à raison de 5 litres d'eau par minute. 	<p>Exemple :</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Riko a estimé que le transport en commun lui coûte 720\$ par année et que le transport en taxi lui coûte en moyenne 20\$ pour chacun de ses déplacements. 2) Marc achète un paquet de 200 feuilles mobiles au début de l'année scolaire. Il utilise en moyenne 4 feuilles mobiles par jour d'école.

Il existe 4 types de variations :

Variation positive	Variation négative	Variation nulle	Variation indéfinie

Voici l'allure du graphique selon la valeur du taux de variation et de la valeur de son ordonnée à l'origine :

$a : +$ et $b : +$	$a : +$ et $b : -$	$a : -$ et $b : +$	$a : -$ et $b : -$

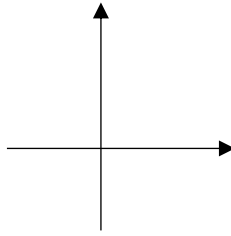
On se pratique !

Détermine le taux de variation et la valeur initiale de chacune des relations suivantes. Trace ensuite une esquisse graphique.

a) $f(x) = 3x - 5$

$a =$ _____

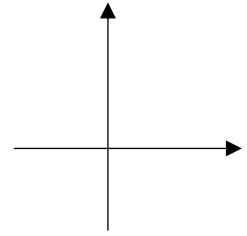
$b =$ _____



b) $y = 5 - 2x$

$a =$ _____

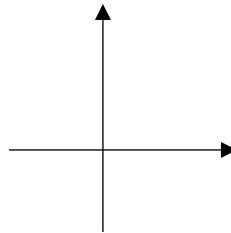
$b =$ _____



c) $f(x) = \frac{x}{3} + 12$

$a =$ _____

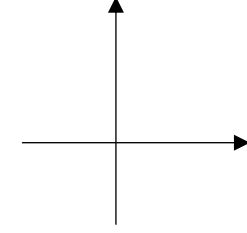
$b =$ _____



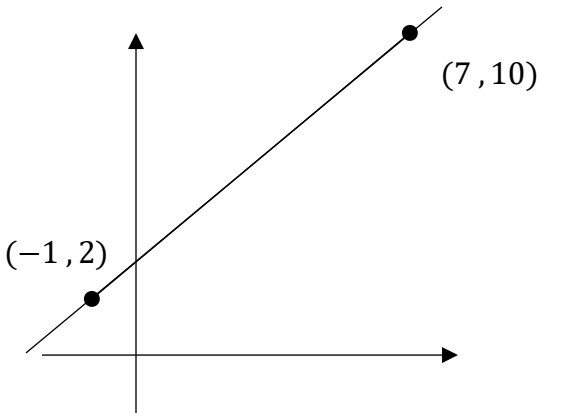
d) $f(x) = \frac{-4x + 2}{2}$

$a =$ _____

$b =$ _____



Le paramètre a (taux de variation)



$(7, 10)$

$(-1, 2)$

Le taux de variation entre deux points du graphique d'une fonction est le rapport :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

On se pratique !

1. Dans chaque cas, calcule le taux de variation.

a) $(2, 4)$ et $(5, 10)$

b) $(0, -3)$ et $(-4, -6)$

2. Calcule le taux de variation de la fonction représentée par la table de valeurs ci-contre.

Temps (min)	Niveau d'eau (cm)
0	63
2	53
5	38
10	13

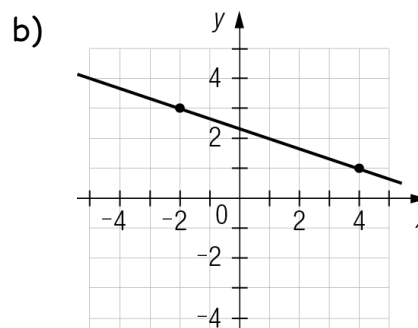
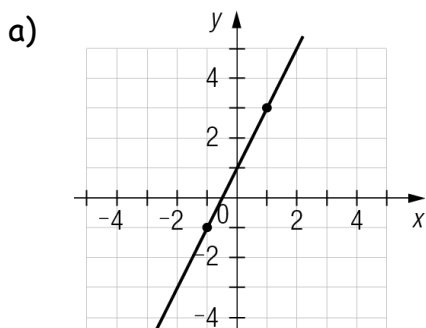
3. Détermine le taux de variation de chacune des fonctions définies en mots dans les situations suivantes.

a) Julien travaille dans un restaurant. Il gagne 8,50 \$ de l'heure.

b) Jasmine dépose 25 \$ par semaine dans son compte.

c) Isabelle vide sa piscine à un débit de 500 litres par heure.

4. Calcule le taux de variation de chacune des fonctions représentées dans le plan cartésien.



Le paramètre b (ordonnée à l'origine ou la valeur initiale)

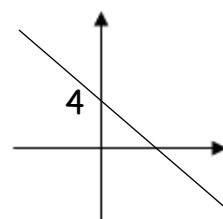
Il est possible de trouver le paramètre b sans avoir à le calculer.

Dans la table de valeurs

x	$f(x)$
-4	12
0	8
2	6

On cherche la valeur de $f(x)$ quand $x = 0$.

Dans le graphique



On cherche l'endroit où la droite croise l'axe des y .

Trouver la règle d'une fonction affine

1) À l'aide de 2 points

Trouve la règle de la droite passant par les points (10,45) et (30,15).

① <u>Trouver le a</u>	② <u>Trouver le b</u>
③ <u>Valider (avec le 2^e point)</u>	④ <u>Écrire la règle</u>

2) À l'aide du taux de variation (a) et d'un point

Trouve la règle de la droite dont le taux de variation est 3,5 et qui passe par le point (-6,-28).

① <u>Remplacer le a dans la règle</u>	② <u>Trouver le b</u>	③ <u>Écrire la règle</u>
---------------------------------------	-----------------------	--------------------------

3) À l'aide de la valeur initiale (b) et d'un point

Trouve la règle de la droite dont la valeur initiale est 6 et qui passe par le point (-2,4)

① <u>Remplacer le b dans la règle</u>	② <u>Trouver le a</u>	③ <u>Écrire la règle</u>
---------------------------------------	-----------------------	--------------------------

On se pratique !!!

Trouve l'équation de la fonction affine sachant que :

a) Le taux de variation est -2 et la droite passe par le point $(0,5)$.

b) La droite passe par les points $(3,8)$ et $(4,10)$.

c) Le taux de variation est $\frac{3}{4}$ et la droite passe par le point $(2, -3)$.

a) Les couples $f(8) = 2$ et $f(-2) = 7$ appartiennent à la fonction.

La recherche d'une valeur

Exemple 1 : On remplit, avec un débit constant de 50 cm par minute, un bassin qui contenait déjà 2 cm.

① <u>Identifier les inconnues (variables)</u>	② <u>Trouver la règle</u>
③ Quel sera le niveau après 3 minutes ?	④ Combien de temps pour que le niveau atteigne 202 cm ?

Exemple 2 : Victor a payé 350 \$ pour le travail effectué par un plombier en 5 heures. Anne, qui a fait appel au même plombier, a payé 784 \$ pour 12 heures de travail. Pour le travail effectué chez Francine, le plombier a demandé un montant de 288 \$. Combien d'heures a-t-il travaillé chez Francine ?

① <u>Identifier les inconnues (variables)</u>	② <u>Trouver le a</u>
③ <u>Trouver le b</u>	④ <u>Valider (avec le 2^e point)</u>
⑤ <u>Trouver le temps travaillé chez Francine</u>	⑥ <u>Répondre à la question (en mots)</u>

Section 2.4 : La fonction rationnelle (ou fonction de variation inverse)

La fonction de variation inverse est une fonction dont le produit des valeurs associées des variables indépendante (x) et dépendante (y) est constant.

La règle d'une fonction rationnelle est :

Voici 2 exemples de fonction rationnelles :

1) LES VOITURES

Édouard possède 48 voitures télécommandées. Il veut les ranger dans des bacs en plaçant le même nombre de voitures par bac. On s'intéresse au nombre de voitures par bac selon le nombre de bacs.

1) Identification des variables :

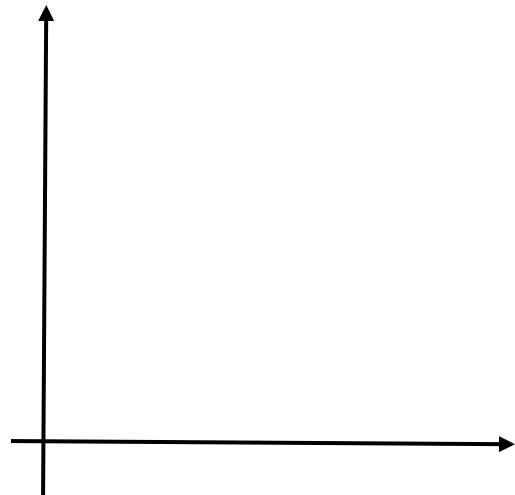
Variable indépendante : _____

Variable dépendante : _____



2) Table de valeurs

3) Graphique



4) Recherche de valeurs

1) Si Édouard utilise 6 bacs, combien y aura-t-il de voitures par bac?

2) Si Édouard place 12 voitures par bac, combien de bacs utilise-t-il?

2) L'EXPOSITION

Un musée prépare une exposition. La collection comprend 150 œuvres d'arts de toutes sortes. Le musée souhaite placer le même nombre d'œuvres dans chaque salle. On s'intéresse au nombre d'œuvres par salle selon le nombre de salles de l'exposition.



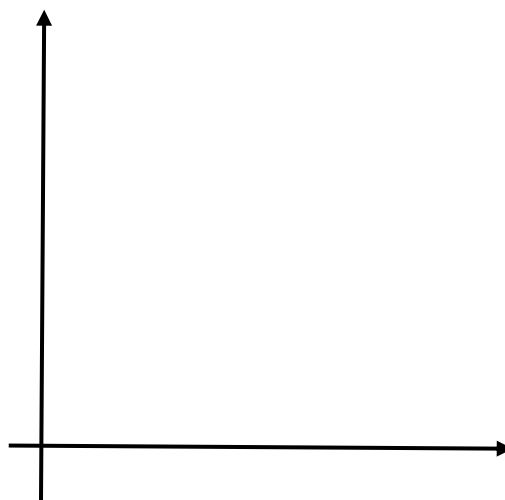
1) Identification des variables :

Variable indépendante : _____

Variable dépendante : _____

2) Table de valeurs

3) Graphique



4) Recherche de valeurs

1) Si le musée utilise 10 salles pour l'exposition, combien y aura-t-il d'œuvres d'art par salle?

2) Si le musée place 25 œuvres d'arts par salle, combien utilise-t-on de salles pour l'exposition?

On se pratique !!!

1) Détermine si les tables de valeurs suivantes peuvent être associées à une fonction de variation inverse. Si oui, donne la règle de cette fonction.

a)

x	1	2	8	9	12
y	72	36	9	8	6

b)

x	2	4	10	20	25
y	9	18	45	90	112,5

c)

x	2	4	8	16	32
y	3,2	1,6	0,8	0,4	0,2

2) Complète chacune des tables de valeurs suivantes sachant qu'elle est associée à une fonction rationnelle.

a)

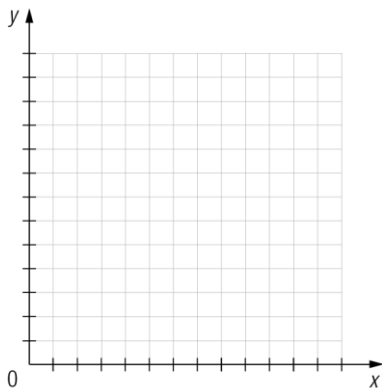
x	-20	12	15	
y			4	2

b)

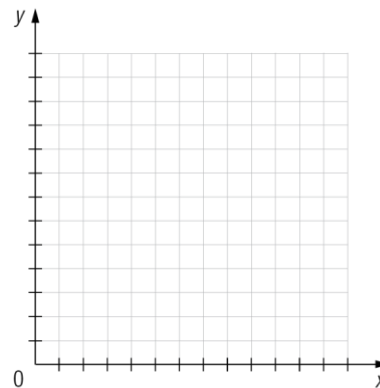
x		-1	1	4
y	-0,2			0,25

3) Représente graphiquement la fonction dont la règle est donnée ci-dessous.

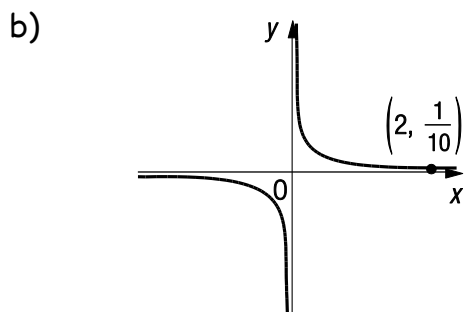
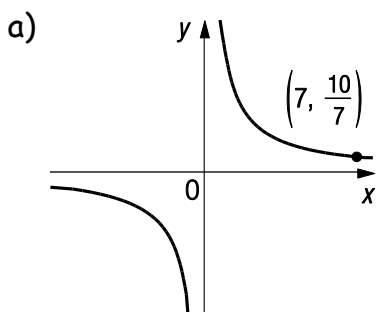
a) $y = \frac{12}{x}$



b) $y = \frac{20}{x}$



4) Détermine la règle de chacune des fonctions représentées ci-dessous.



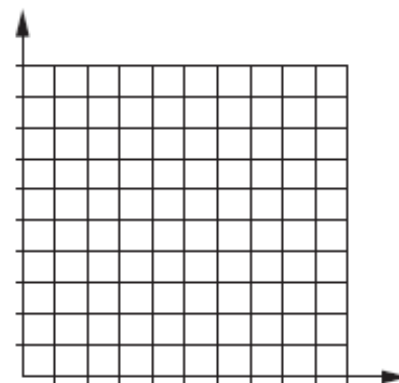
5) Pour une excursion à skis, on loue un autocar de 50 places. Les frais de location de 600 \$ sont partagés par les personnes qui participent à l'excursion. La règle permet de calculer la somme (en \$) que chaque skieur ou skieuse doit payer en fonction du nombre n de personnes dans l'autocar.

a) Construis une table de valeurs correspondant à cette règle.

Nombre de personnes					
Somme par skieur (\$)					

b) Représente graphiquement cette situation.

c) Détermine la règle décrivant cette situation.



d) Quelle sera la somme déboursée par chaque skieur si 30 personnes participent?

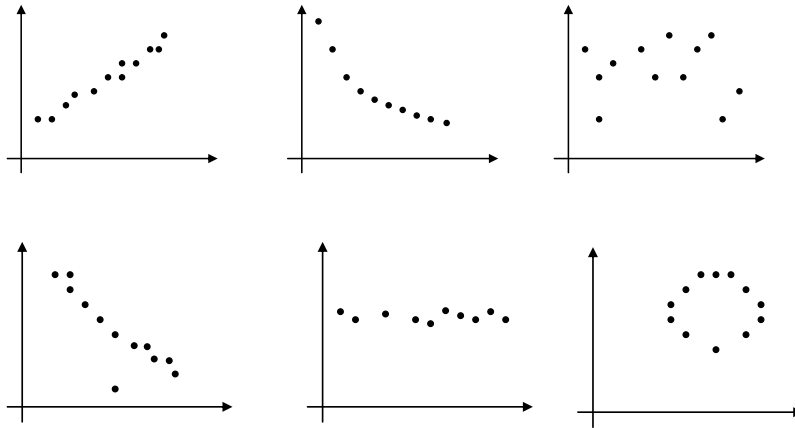
e) Combien doit-il y avoir de participants si la somme déboursée par chaque skieur est de 15\$?

f) Est-ce possible que chaque skieur débourse un montant de 10\$? Explique pourquoi.

Section 2.5 : La modélisation à l'aide d'un nuage de points

Parfois, en plaçant les données recueillies lors de certaines expérimentations dans un plan cartésien, on obtient un nuage de points. Selon le nuage de points obtenu, il peut être possible d'établir un lien, une relation entre les deux variables.

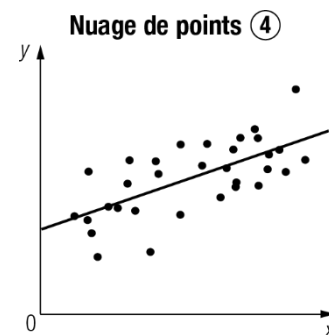
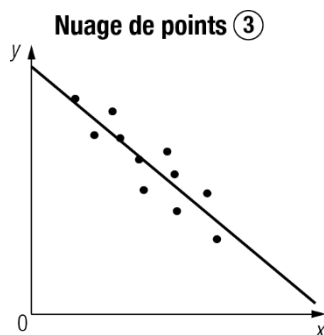
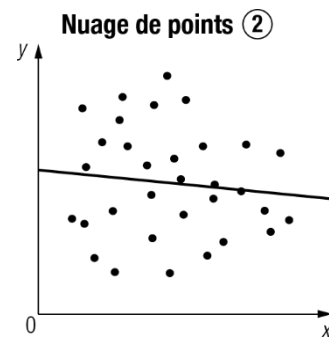
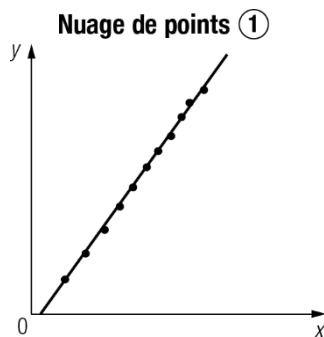
Exemples :



Dans certains cas, les points obtenus révèlent une tendance.

- Tracer la courbe la mieux ajustée au nuage de points peut aider à révéler cette tendance.
- Cela permet aussi d'estimer la valeur d'une variable pour laquelle on ne dispose pas de données.

À l'aide d'un logiciel, on a tracé la droite la mieux ajustée à quelques nuages de points. Voici ces nuages de points :



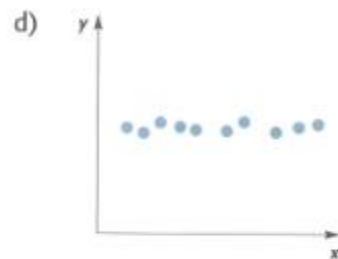
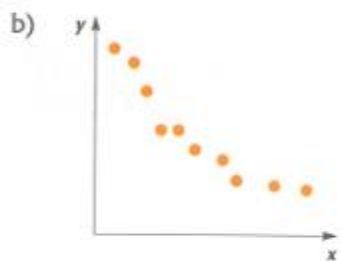
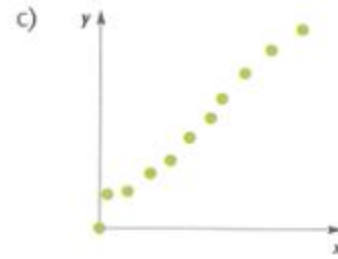
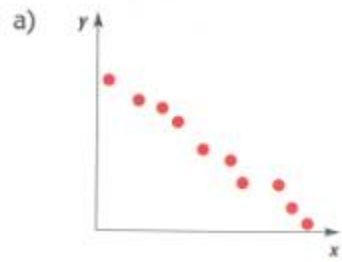
Pour quel nuage de points le modèle utilisé te semble-t-il :

1) le plus fiable ?

2) le moins fiable ?

On se pratique !!!

Observe les nuages de points ci-dessous. La courbe la mieux ajustée à chacun d'eux représente-t-elle une fonction affine ou une fonction de variation inverse?



L'interpolation et l'extrapolation

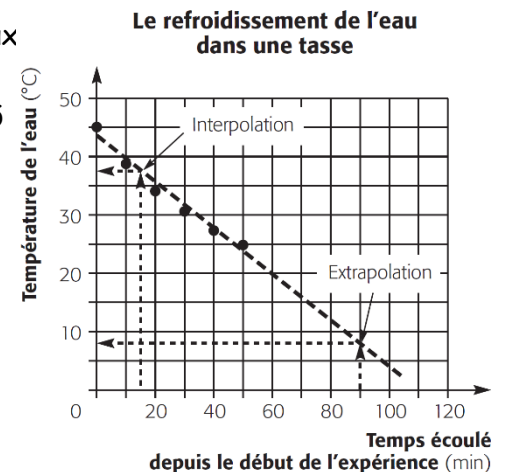
Lorsque l'estimation de la valeur d'une variable est située à **l'intérieur du nuage de points**, il **s'agit d'une interpolation**. Lorsque l'estimation de la valeur d'une variable est située à **l'extérieur du nuage de points**, il **s'agit d'une extrapolation**.

Exemple :

Dans le plan cartésien ci-contre, on a tracé la droite la mieux ajustée au nuage de points. Cela permet de faire une estimation de la température de l'eau dans la tasse après 15 minutes (par interpolation) et après 90 minutes (par extrapolation).

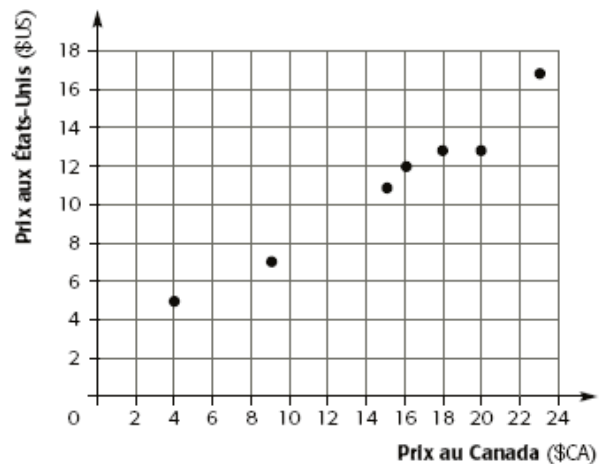
Par interpolation, on estime qu'après 15 minutes, la température de l'eau est d'environ $37,5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Par extrapolation, on estime qu'après 90 minutes, la température de l'eau est d'environ $8\text{ }^{\circ}\text{C}$.



On se pratique !!!

1) Le graphique ci-dessous indique le prix de vente de certains livres, au dollar près, au Canada et aux États-Unis.

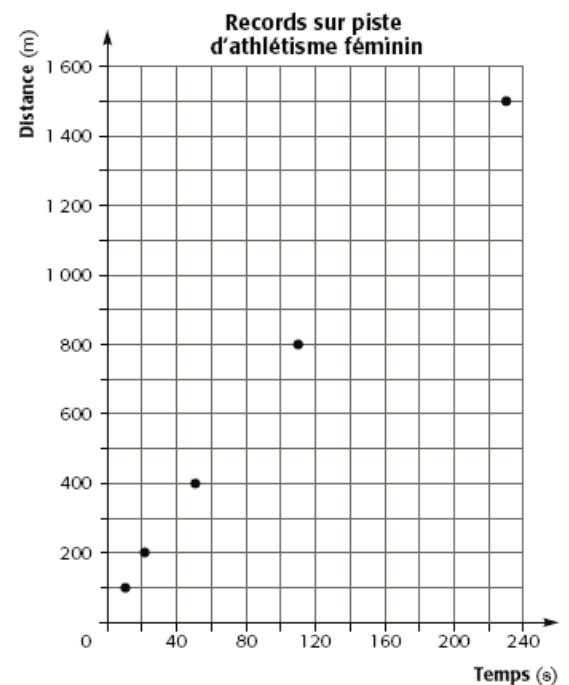


b) De quel type de fonction s'agit-il ? _____

c) Un livre coûte 12 \$CA. Si on estime son prix en dollars américains à partir du nuage de points, fait-on une interpolation ou une extrapolation ? _____

d) Un livre coûte 30 \$US. Si on estime son prix en dollars canadiens à partir du nuage de points, fait-on une interpolation ou une extrapolation ? _____

2) Le nuage de points ci-contre montre les records du monde réalisés, une année donnée, dans cinq épreuves d'athlétisme féminin sur piste.



a) Trace la courbe la mieux ajustée à ce nuage de points.

b) De quel type de fonction s'agit-il ?

c) De façon approximative, quel était le record du monde du 400 m ? Est-ce une interpolation ou une extrapolation ?

d) S'il y avait eu une épreuve du 2 000 m, pourrait-on estimer quel aurait pu être le record du monde pour cette distance. Explique pourquoi.
